UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI
Faculté des Sciences de Tétouan
Département de Math & Info

22-01-2003

SMA-SMI Analyse I
Contôle N°2

Problème 1. On considère la fonction

$$f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}.$$

a. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_f$.

b. Démontrer que f est strictement croissante sur D_f. Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Déterminer alors l'ensemble $I = f(D_f)$.

c. Montrer que f^{-1} est dérivable sur I. Calculer $(f^{-1})'(f(x))$ pour tout $x \in D_f$.

d. Déterminer $(f^{-1})'(1)$.

Problème 2. Soient la fonction $f(x) = \sqrt{x}$ et les nombres réels $a \geq 0$ et $h > 0$.

a. Démontrer qu'il existe au moins $c_h \in]a, a+h[$ tel que

$$\sqrt{a+h} - \sqrt{a} = \frac{h}{2}\frac{1}{\sqrt{c_h}}$$

b. On pose $\theta(h) = \frac{1}{h}(c_h - a)$. Calculer $\theta(h)$ en fonction de a et de h.

c. Si $a = 0$, calculer $\lim_{h\to 0} \theta(h)$.

d. Si $a \neq 0$, calculer $\lim_{h\to 0} \theta(h)$.

Problème 3. Soit la fonction $f(x) = (x^5 - \frac{1}{2}x^4 + 1)^{\frac{1}{5}}$.

a. Donner la formule de Taylor-McLaurin d'ordre 2 de la fonction $h(X) = (1 - \frac{1}{2}X + X^5)^{\frac{1}{5}}$.

b. Déterminer l'asymptote en $+\infty$ à la fonction f et la position de la courbe C_f par rapport à cette asymptote.




ETUSUP.com